1. a. Déterminer les images respectives des points B et I par $t_{\overrightarrow{IK}} \circ S_{(IK)}$.

b. Déterminer toutes les isométries qui transforment B en O et I en D.

2. Soit Δ la médiatrice du segment $[IC]$.

a. Construire le point E image de B par la symétrie orthogonale S_Δ.

b. Soit L le milieu du segment $[CD]$.

Déterminer l'image de D par la symétrie centrale S_L.

c. En déduire la nature de $S_L \circ t_{\overrightarrow{IK}} \circ S_{(IK)}$.

19 Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Déterminer les expressions analytiques, la nature et les éléments caractéristiques de f dans chacun des cas ci-dessous.

a. $A(1, 2)$ et $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j}$ et $f = R_{(A,\frac{\pi}{3})} \circ t_{\vec{u}}$.

b. $D : 2x - 3y + 1 = 0$, $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ et $f = t_{\vec{u}} \circ S_D$.

c. $D_1 : y - 1 = 0$, $D_2 : x - y - 1 = 0$ et $f = S_{D_1} \circ S_{D_2}$.

20 Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit r l'application de $P \to P$ qui a tout point $M(x, y)$ associé $M'(x', y')$ tel que

$$\begin{cases} x' = 1 - y \\ y' = x \end{cases}.$$

1. Montrer que r est une rotation dont on précisera le centre A et une mesure de son angle.

2. Soit $f = r \circ S_{(O,\vec{j})}$. Montrer que f est une symétrie glissante que l'on caractérisera.

21 Soit l'équation

$$(E) : z^3 - (2 + 4i)z^2 - (9 - 10i)z + 18 + 6i = 0$$

1. a. Vérifier que 3 est une racine de (E).

b. En déduire les deux autres solutions z_1 et z_2 (z_1 étant la racine ayant la partie réelle positive).

1. Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, A, B et C sont trois points d'affixes respectives 3, z_1 et z_2.

a. Montrer que OABC est un parallélogramme.

b. Montrer qu'il existe un unique déplacement f et un unique antidéplacement g transformant O en B et A en C.

2. Identifier f.

3. Soit S la symétrie orthogonale d'axe (OA).

Montrer que $g = f \circ S$.

22 Soit A, B, C et A' quatre points distincts d'un cercle Γ de centre O.

1. Faire une figure et placer les points B' et C' tels que les droites (AB') et $(A'B)$ soient respectivement parallèles aux droites (BC') et $(B'C)$.

2. On note Δ_1, Δ_2 et Δ_3 les médiatrices respectives des segments $[AB']$, $[CB']$ et $[CA']$. On désigne par S_1, S_2 et S_3 les symétries orthogonales d'axes respectifs Δ_1, Δ_2 et Δ_3.

a. Montrer que $f = S_3 \circ S_2 \circ S_1$ est une symétrie orthogonale.

b. Identifier $f \circ f$.

c. Montrer que $S_3(C') = A$ et en déduire que les droites (AC') et $(A'C)$ sont parallèles.

23 On considère un carré ABCD de centre I tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$.

A/ On désigne par J et K les milieux respectifs des segments $[AD]$ et $[CD]$, par C' le symétrique du point C par rapport à D.

Soit R_D et R_B les rotations d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de centres respectifs D et B, S_I la symétrie centrale de centre I et S_K la symétrie centrale de centre K

1. Soit $f = R_D \circ S_I \circ R_B$.

a. Déterminer $f(B)$.

b. Montrer que f est une translation que l'on caractérisera.

2. On pose $g = f \circ S_{(IJ)}$.

a. Déterminer $g(C)$ et $g(D)$.

b. En déduire que g est une symétrie glissante et déterminer ses éléments caractéristiques.

3. a. Montrer que $S_{(AD)} \circ S_{(CD)} \circ S_{(IK)} \circ S_{(IJ)} = f$

b. En déduire que $S_K \circ S_{(IJ)} = S_{(AD)} \circ f$

c. Montrer que $S_{(AD)} \circ f$ est une symétrie glissante et déterminer ses éléments caractéristiques.

B/ Soit Ω le point d'intersection des bissectrices intérieures du triangle ABD.